

Del I	Uppgift 1-10. Endast svar krävs.
Del II	Uppgift 11-15. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter för del I och del II tillsammans.
Hjälpmedel	Formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av Del I, Del II, Del III samt en muntlig del och ger totalt 75 poäng varav 28 E-, 23 C- och 24 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 18 poäng

D: 29 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå

C: 38 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå

B: 50 poäng varav 8 poäng på A-nivå

A: 61 poäng varav 14 poäng på A-nivå

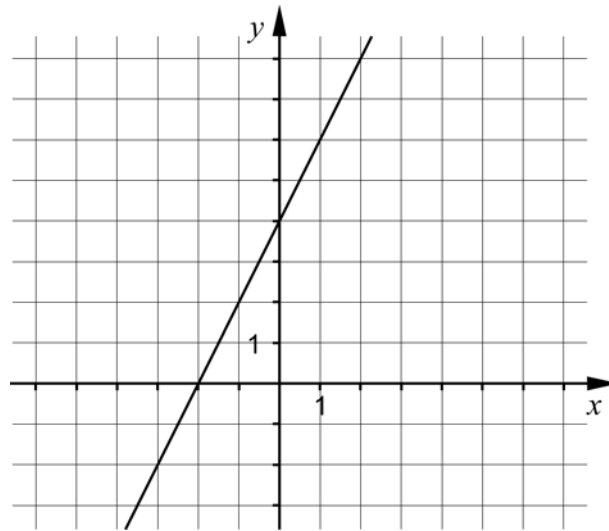
Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där *Endast svar krävs* behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar och ritar figurer vid behov.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla de papper du lämnar in.

Del I: Digitala verktyg är inte tillåtna. *Endast svar krävs.* Skriv dina svar direkt i provhäftet.

1.



a) Bestäm ekvationen för den räta linjen i figuren. _____ (1/0/0)

b) Rita i koordinatsystemet en rät linje med riktningskoefficienten $k = -1$ (1/0/0)

2. Förenkla uttrycket $(x+5)(x-5)+25$ så långt som möjligt.

_____ (1/0/0)

3. Lös ekvationerna

a) $x(x+7)=0$ _____ (1/0/0)

b) $\lg x = 3$ _____ (1/0/0)

c) $2^3 \cdot 2^x = 2^{2x}$ _____ (0/1/0)

4. Vilken av följande ekvationer A-E har icke-reella lösningar?

A. $x^2 = 16$

B. $x^2 + 6 = 0$

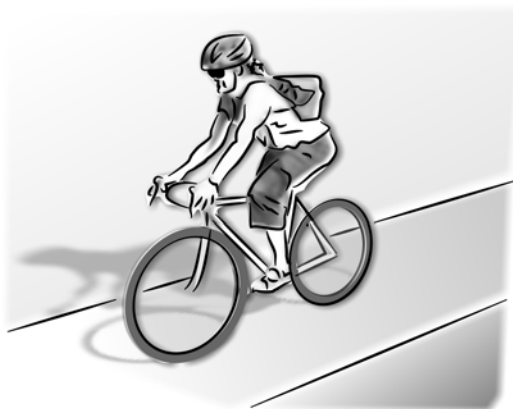
C. $x^2 = 0$

D. $x^2 - \sqrt{5} = 0$

E. $x^2 - \frac{9}{4} = 0$

_____ (1/0/0)

5. Anna har 7 km att cykla från hemmet till skolan. Vanligtvis cyklar hon med hastigheten 0,35 km/min. Teckna en funktion som anger hur lång sträcka y km hon har kvar till skolan då hon cyklat i x minuter.



_____ (0/1/0)

6. För en andragsradsfunktion gäller:

- Funktionen har ett nollställe för $x = 4$
- Funktionen har sitt största värde för $x = 1$

För vilket värde på x har funktionen sitt andra nollställe?

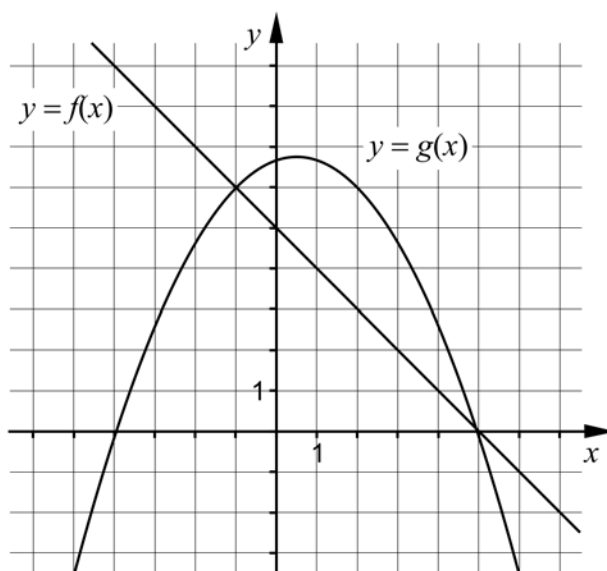
_____ (0/1/0)

7. Förenkla följande uttryck så långt som möjligt.

a) $\frac{x^{\frac{3m}{7}}}{\frac{2m}{x^7}}$ _____ (0/1/0)

b) $\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{x} + \sqrt{x}}$ _____ (0/0/1)

8. I koordinatsystemet visas graferna till den linjära funktionen $y = f(x)$ och andragradsfunktionen $y = g(x)$



Avläs i figuren och besvara frågorna.

a) Bestäm $g(2)$ _____ (1/0/0)

b) För vilka värden på x gäller att $f(x) < g(x)$? _____ (0/2/0)

c) Ange ekvationen för en rät linje som *inte* skär någon av graferna till funktionerna. _____ (0/0/1)

9. I början av år 2011 köpte Matilda en dator för 10000 kr. Datorns värde kan beskrivas med $V(t) = 10000 \cdot 0,60^t$ där V är datorns värde i kr och t är tiden i år efter inköpet.



- a) Med hur många procent minskar datorns värde per år?

_____ (1/0/0)

- b) Teckna en ny funktion som anger datorns värde V i kr som funktion av tiden t , där tiden nu istället ska räknas i *månader* efter inköpet.

_____ (0/0/1)

10. Ett ekvationssystem består av två ekvationer där varje ekvation innehåller två variabler x och y .

- a) Den ena ekvationen är $3x + 2y = 12$

Ge ett exempel på hur den andra ekvationen kan se ut så att ekvationssystemet saknar lösningar.

_____ (0/0/1)

- b) Den ena ekvationen är fortfarande $3x + 2y = 12$

Ge ett exempel på hur den andra ekvationen kan se ut så att ekvationssystemet

endast får lösningen $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

_____ (0/0/1)

Del II: Digitala verktyg är inte tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

11. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 2x - y = -9 \\ 5x + 2y = 0 \end{cases}$ med algebraisk metod. (2/0/0)

12. Lös ekvationerna med algebraisk metod.

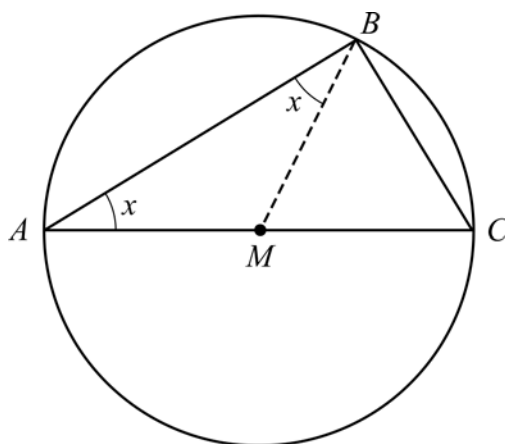
a) $x^2 - 4x - 45 = 0$ (2/0/0)

b) $(x+1)^2 = x+1$ (0/2/0)

13. Thales från Miletos var en grekisk matematiker som levde för 2600 år sedan. Han formulerade en sats med följande innebörd:

Varje triangel som är inskriven i en cirkel har en rät vinkel om en av triangelns sidor är diameter i cirkeln.

Triangeln ABC är inskriven i en cirkel på ett sådant sätt. Sidan AC är en diameter i cirkeln. Punkten M är mittpunkt på sträckan AC . I figuren är även sträckan BM inritad.



a) Förklara varför de två vinklarna betecknade med x är lika stora. (1/1/0)

b) Visa, utan att använda randvinkelsatsen, att Thales sats är korrekt. (0/2/2)

14. I ekvationen $x^2 - (a-1)^2 = 0$ är a en konstant.
Lös ekvationen och svara på så enkel form som möjligt. (0/0/2)
15. På linjen $y = 2x - 5$ ligger en punkt P i första kvadranten. Avståndet mellan punkten P och origo är 10 längdenheter. Bestäm x -koordinaten för punkten P . Svara exakt. (0/0/4)

Del III	Uppgift 16-23. Fullständiga lösningar krävs.
Provtid	120 minuter.
Hjälpmedel	Digitala verktyg, formelblad och linjal.

Kravgränser Provet består av Del I, Del II, Del III samt en muntlig del och ger totalt 75 poäng varav 28 E-, 23 C- och 24 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 18 poäng

D: 29 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå

C: 38 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå

B: 50 poäng varav 8 poäng på A-nivå

A: 61 poäng varav 14 poäng på A-nivå

Efter varje uppgift anges hur många poäng du kan få för en fullständig lösning eller ett svar. Där framgår även vilka kunskapsnivåer (E, C och A) du har möjlighet att visa. Till exempel betyder (3/2/1) att en korrekt lösning ger 3 E-, 2 C- och 1 A-poäng.

Till uppgifter där *Endast svar krävs* behöver du endast ge ett kort svar. Till övriga uppgifter krävs att du redovisar dina beräkningar, förklarar och motiverar dina tankegångar, ritar figurer vid behov och att du visar hur du använder ditt digitala verktyg.

Skriv ditt namn, födelsedatum och gymnasieprogram på alla de papper du lämnar in.

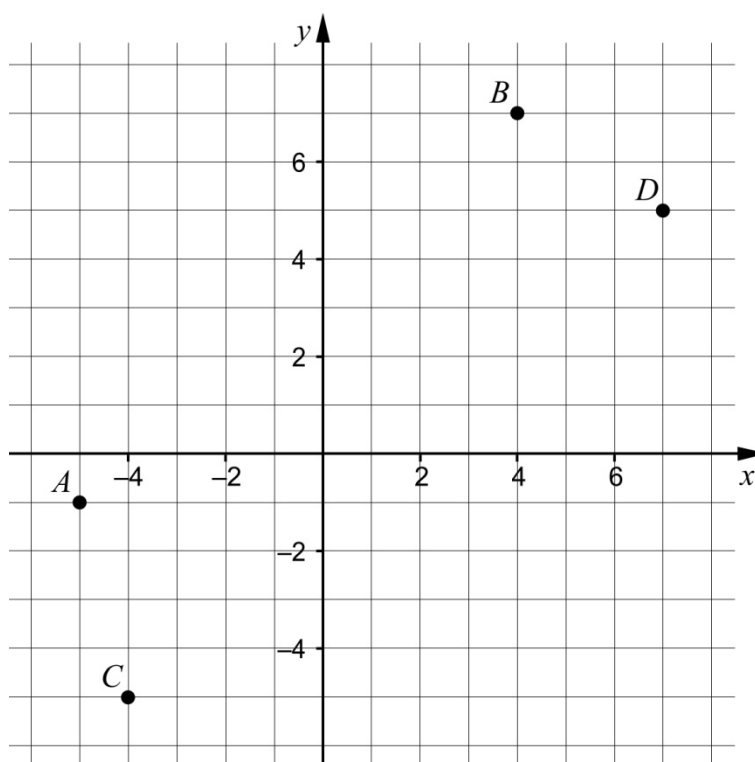
Del III: Digitala verktyg är tillåtna. Skriv dina lösningar på separat papper.

16. Två likformiga rektanglar har olika mått. Rektangel A har sidorna 4 cm och 6 cm. Rektangel B har en sida som är 12 cm.

Vilka mått kan den andra sidan hos rektangel B ha?

(2/0/0)

17. En linje L_1 ritas genom punkterna A och B .
En annan linje L_2 ritas genom punkterna C och D .



Är linjerna L_1 och L_2 parallella? Motivera ditt svar.

(3/0/0)

18. Marcus sätter in en stek i ugnen klockan 14.30. Då är temperaturen i steken $16,5^\circ\text{C}$. Därefter ökar temperaturen $T^\circ\text{C}$ i steken enligt sambandet:

$$T(t) = 16,5 \cdot 1,0085^t$$

där t är tiden i minuter. När stektermometern visar 77°C är steken klar.



Hinner steken bli klar till klockan 18.00 då Marcus ska bjuda på middag?

(2/0/0)

19. Hugo och Inez ska köpa in en ny bil till sitt företag. De har var sin modell för hur de tror att bilens värde kommer att minska.



Hugo använder modellen $V(t) = 800t^2 - 24000t + 180000$ där V är värdet i kr och t är tiden i år efter bilköpet.

- a) Vad ska Hugo och Inez betala för bilen enligt Hugos modell? (1/0/0)
- b) Beräkna $V(15)$ och tolka resultatet. (1/1/0)

Inez använder modellen $W(t) = 180000 - 12000t$ där W är värdet i kr och t är tiden i år efter bilköpet.

- c) Beskriv två likheter mellan de båda modellerna för hur bilens värde minskar. (0/1/0)
- d) Det finns orimligheter i Hugos och Inez modeller. Beskriv en orimlighet i vardera modell. (0/1/1)

20. Ett företag fyller konservburkar med krossade tomater. Enligt märkningen innehåller en burk 400 g tomater. Tomaternas vikt är normalfördelad kring medelvärdet 395 g och standardavvikelsen är 5,0 g.



- a) Hur många procent av konservburkarna kan förväntas innehålla mindre än de 400 g som anges på burken? (2/0/0)

Företaget vill inte ha för många missnöjda kunder och tänker därför fylla konservburkarna lite mer. De ändrar kravet till att minst 97,7 % av burkarna ska innehålla minst 400 g tomater. Standardavvikelsen antas fortfarande vara 5,0 g.

- b) Beräkna vilket medelvärde på vikten som motsvarar detta nya krav. (0/3/0)

21. Alice och Moa diskuterar medelvärde och median.

Alice påstår:

"Medelvärdet av tre på varandra följande heltal är alltid lika med talens median."

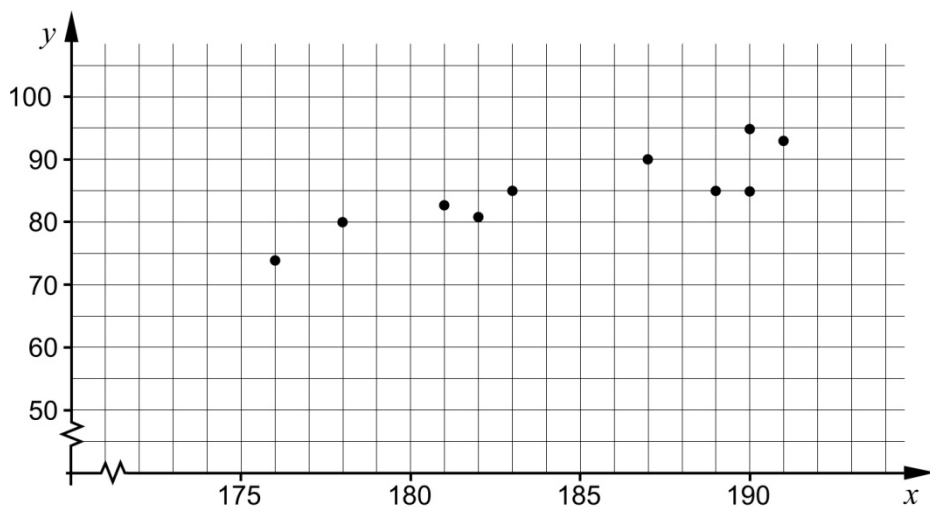
Moa svarar:

"Nej, det gäller inte alltid."

Vem har rätt, Alice eller Moa? Motivera ditt svar. (1/1/1)

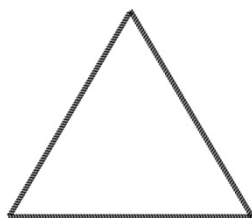
22. I tabellen och diagrammet visas längd och vikt för tio män från samma arbetsplats.

Namn	Längd (cm)	Vikt (kg)
Anders	187	90
Leif	183	85
Göte	190	85
Bengt	189	85
Per	190	95
Stig	191	93
Lennart	176	74
Torgny	182	81
Bertil	181	83
Ingemar	178	80

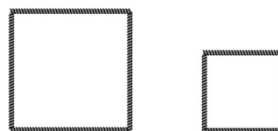


- a) Bestäm ett linjärt samband mellan vikten y kg och längden x cm. (0/1/0)
- b) Utgå från det linjära samband du bestämde i a). Tolka vad riktningskoefficienten betyder i detta sammanhang. (0/0/2)

23. Ett tunt snöre är 24 m långt. Snöret kan formas till olika geometriska figurer.



Figur 1



Figur 2

- a) Hela snöret formas till en liksidig triangel, se Figur 1. Bestäm triangelns area. (0/3/0)
- b) Snöret delas sedan i två olika långa delar. Av varje del formas en kvadrat, se Figur 2. Undersök om det är möjligt att kvadraterna tillsammans får arean 17 m^2 . (0/0/4)

Provsammanställning - Kunskapskrav

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2b i förhållande till nivå och förmågor. Poängen i denna tabell anges i samma ordning som i bedömningsanvisningen. Till exempel motsvarar 8b_1 och 8b_2 den första respektive andra poängen i uppgift 8b.

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del I	1a		1										
	1b	1											
	2		1										
	3a		1										
	3b		1										
	3c						1						
	4	1											
	5							1					
	6					1							
	7a						1						
	7b									1			
	8a	1											
	8b_1					1							
	8b_2								1				
Del II	8c									1			
	9a			1									
	9b											1	
	10a									1			
	10b											1	
	11_1		1										
	11_2		1										
	12a_1		1										
	12a_2		1										
	12b_1						1						
	12b_2						1						
	13a_1				1								
	13a_2								1				
	13b_1								1				
	13b_2								1				
	13b_3											1	
	13b_4											1	
	14_1										1		
	14_2										1		
	15_1									1			
	15_2											1	
	15_3											1	
	15_4												1

Del	Uppg. Poäng	Förmåga och nivå											
		E				C				A			
		B	P	PM	RK	B	P	PM	RK	B	P	PM	RK
Del III	16_1	1											
	16_2			1									
	17_1	1											
	17_2		1										
	17_3							1					
	18_1			1									
	18_2			1									
	19a			1									
	19b_1		1										
	19b_2										1		
	19c										1		
	19d_1										1		
	19d_2											1	
	20a_1	1											
	20a_2			1									
	20b_1							1					
	20b_2										1		
	20b_3											1	
	21_1							1					
	21_2											1	
	21_3												1
	22a							1					
	22b_1											1	
	22b_2												1
	23a_1										1		
	23a_2										1		
	23a_3											1	
	23b_1											1	
	23b_2											1	
	23b_3											1	
	23b_4												1
Muntlig del	M_1							1					
	M_2												1
	M_3							1					
	M_4												1
	M_5							1					
	M_6										1		
	M_7												1
	Total	6	10	6	6	3	5	7	8	3	3	9	9
Σ	75	28				23				24			

B = Begrepp, P = Procedur, PM = Problemlösning/Modellering och RK = Resonemang/Kommunikation

Provsammanställning – Centralt innehåll

Tabell 2 Kategorisering av uppgifterna i kursprovet i Matematik 2b i förhållande till nivå och centralt innehåll. En lista över det centrala innehållet återfinns i slutet av detta häfte.

	Uppg.	Nivå			Centralt innehåll Kurs Ma2b																		
					Taluppfattning aritmetik och algebra							Geometri	Samband och förändring		Sannolikhet och statistik				Problem- lösning				
E	C	A	T1	T2	T4	T5	T7	T9	T10	T11	G3	F3	F5	S1	S2	S3	S4	PI	P3	P4			
Del I	1a	1	0	0				X															
	1b	1	0	0				X															
	2	1	0	0			X																
	3a	1	0	0					X														
	3b	1	0	0						X													
	3c	0	1	0					X														
	4	1	0	0				X			X												
	5	0	1	0				X															
	6	0	1	0																			
	7a	0	1	0		X									X								
	7b	0	0	1		X																	
	8a	1	0	0									X										
	8b	0	2	0				X					X										
	8c	0	0	1				X							X								
	9a	1	0	0					X					X									
	9b	0	0	1					X					X									
	10a	0	0	1					X		X												
	10b	0	0	1					X		X								X				
Del II	11	2	0	0					X		X												
	12a	2	0	0					X														
	12b	0	2	0			X		X														
	13a	1	1	0								X											
	13b	0	2	2								X											
	14	0	0	2			X		X														
	15	0	0	4				X	X										X				
Del III	16	2	0	0								X							X				
	17	3	0	0				X															
	18	2	0	0					X	X			X						X	X			
	19a	1	0	0									X	X									
	19b	1	1	0									X										
	19c	0	1	0				X					X	X									
	19d	0	1	1				X					X	X									
	20a	2	0	0													X	X	X				
	20b	0	3	0													X	X	X				
	21	1	1	1													X						
	22a	0	1	0				X							X								
	22b	0	0	2										X									
	23a	0	3	0								X							X				
	23b	0	0	4				X	X					X					X				
Muntlig del, M		3	1	3																			
		28	23	24																			

Kravgränser

Provet består av Del I, Del II, Del III samt en muntlig del och ger totalt 75 poäng varav 28 E-, 23 C- och 24 A-poäng.

Kravgräns för provbetyget

E: 18 poäng

D: 29 poäng varav 8 poäng på minst C-nivå

C: 38 poäng varav 15 poäng på minst C-nivå

B: 50 poäng varav 8 poäng på A-nivå

A: 61 poäng varav 14 poäng på A-nivå

Bedömningsanvisningar

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen. Om bedömda elevlösningar finns i materialet markeras detta med en symbol.

Del I

- | | |
|--|------------------|
| 1. | Max 2/0/0 |
| a) Korrekt svar ($y = 2x + 4$) | +1E _P |
| b) Godtagbart ritad rät linje | +1E _B |
| 2. | Max 1/0/0 |
| Korrekt svar (x^2) | +1E _P |
| 3. | Max 2/1/0 |
| a) Korrekt svar ($x_1 = 0$ och $x_2 = -7$) | +1E _P |
| b) Korrekt svar ($x = 10^3$) | +1E _P |
| c) Korrekt svar ($x = 3$) | +1C _P |
| 4. | Max 1/0/0 |
| Korrekt svar (Alternativ B: $x^2 + 6 = 0$) | +1E _B |
| 5. | Max 0/1/0 |
| Korrekt svar ($y = 7 - 0,35x$) | +1C _M |
| 6. | Max 0/1/0 |
| Korrekt svar ($x = -2$) | +1C _B |
| 7. | Max 0/1/1 |
| a) Korrekt svar ($x^{\frac{m}{7}}$) | +1C _P |
| b) Korrekt svar ($\left(\frac{x}{3}\right)$) | +1A _P |

- 8. Max 1/2/1**
- a) Korrekt svar (6) +1E_B
- b) Godtagbart angivna gränser, t.ex. ”för x mellan -1 och 5 ” +1C_B
 där svaret kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för C,
 d.v.s. med korrekt använda olikhetstecken ($-1 < x < 5$) +1C_K
- c) Korrekt svar (t.ex. $y = -x + 12$) +1A_B
Kommentar: $y = -x + m$ där $m > 8$
- 9. Max 1/0/1**
- a) Korrekt svar (40 %) +1E_M
- b) Korrekt svar ($V = 10000 \cdot 0,60^{\frac{t}{12}}$) +1A_M
- 10. Max 0/0/2**
- a) Korrekt svar (t.ex. $3x + 2y = 8$) +1A_B
- b) Korrekt svar (t.ex. $x + y = 5$) +1A_{PL}
- Del II**
- 11. Max 2/0/0**
- Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer en variabel med algebraisk metod +1E_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x = -2$, $y = 5$) +1E_P
- 12. Max 2/3/0**
- a) Godtagbar ansats, sätter in värden korrekt i formeln för lösning av
 andragradsekvationer eller motsvarande för kvadratkomplettering +1E_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = -5$, $x_2 = 9$) +1E_P
- b) Godtagbar ansats, t.ex. korrekt omskrivning till $x^2 + x = 0$ +1C_P
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = 0$ och $x_2 = -1$) +1C_P

13.

Max 1/3/2

a)	E	C	A
	Godtagbart enkelt resonemang, t.ex. ”Triangeln ABM är likbent.” $1E_R$	Godtagbart välgrundat resonemang. t.ex. ”Triangeln ABM är likbent för att AM och BM är radier i cirkeln.” $1E_R$ och $1C_R$	

b)	E	C	A
	Eleven visar Thales sats för ett specialfall eller eleven påbörjar en generell metod. $1C_R$	Eleven visar Thales sats (generellt) där någon motivering kan vara bristfällig. $2C_R$	Eleven visar Thales sats (generellt) med korrekta motiveringar. $2C_R$ och $1A_R$
			Lösningen kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för A. $1A_K$

Bedömda elevlösningar finns till denna uppgift.

14.

Max 0/0/2

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar ett korrekt uttryck som leder till att båda

rötterna kan bestämmas, t.ex. $x = \pm\sqrt{(a-1)^2}$ +1A_Pmed i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($x_1 = a - 1$, $x_2 = 1 - a$)+1A_P

15.

Max 0/0/4

Godtagbar ansats, t.ex. ritar figur som visar att informationen i uppgiften och vad som söks är korrekt tolkat

+1A_Bmed korrekt tecknad ekvation, t.ex. $x^2 + (2x - 5)^2 = 10^2$ +1A_{PL}med i övrigt godtagbar lösning där uteslutningen av den negativa roten är motiverad med korrekt svar ($x = 2 + \sqrt{19}$)+1A_{PL}

Lösningen kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för A

+1A_K*Bedömda elevlösningar finns till denna uppgift.*

Del III**16. Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, visar förståelse för likformighetsbegreppet, t.ex. genom att bestämma en tänkbar längd på sidan +1E_B
 med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (8 cm och 18 cm) +1E_{PL}

17. Max 3/0/0

Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer riktningskoefficienten för en av linjerna +1E_B
 med godtagbar fortsättning, t.ex. korrekt bestämning av riktningskoefficienterna
 $k_{AB} = \frac{8}{9}$ och $k_{CD} = \frac{10}{11}$ +1E_P
 med godtagbar motivering (t.ex. ”Nej, de är inte parallella eftersom riktningskoefficienterna inte är lika stora.”) +1E_R

Bedömda elevlösningar finns till denna uppgift.

**18. Max 2/0/0**

Godtagbar ansats, t.ex. tecknar $77 = 16,5 \cdot 1,0085^t$ +1E_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (t.ex. ”Ja, steken blir klar i tid.”) +1E_{PL}

19. Max 2/3/1

- a) Korrekt svar (180000 kr) +1E_M
- b) Korrekt beräkning av $V(15)$, 0 +1E_P
 med godtagbar tolkning av svaret, t.ex. (”Efter 15 år är bilen värd 0 kr”) +1C_M
- c) Godtagbar beskrivning av likheterna ($V(0) = W(0)$ och $V(15) = W(15)$) +1C_M
Kommentar: Likheter som redan finns angivna i uppgiftstexten godtas ej.

d)

E	C	A
	Eleven gör en enkel utvärdering av modellernas rimlighet, t.ex. nämner en orimlighet i den ena modellen, ”I Inez modell blir värdet negativt efter 15 år” $1C_M$	Eleven gör en mer omfattande utvärdering av modellernas rimlighet, t.ex. nämner två orimligheter, en i vardera modellen ”I Inez modell blir värdet negativt efter 15 år och i Hugos modell ökar värdet igen efter 15 år.” $1C_M$ och $1A_M$

Kommentar: Även andra orimligheter är acceptabla, t.ex. att bilen aldrig blir värd 0 kr på grund av skrotvärdet.

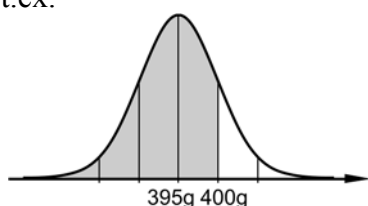
Bedömda elevlösningar finns till denna uppgift.



20.

Max 2/3/0

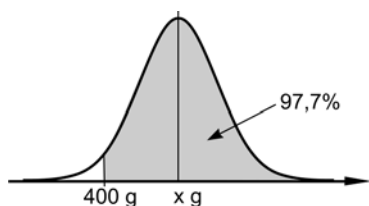
- a) Godtagbar ansats, t.ex. ritar figur som illustrerar problemet t.ex.

+1E_B

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (84 %)

+1E_{PL}

- b) Godtagbar ansats, t.ex. ritar figur som illustrerar problemet t.ex.

+1C_B

med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (410 g)

+1C_{PL}

Lösningen kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för C

+1C_K

Bedömda elevlösningar finns till denna uppgift.



21.

Max 1/1/1

E	C	A
Eleven påstår att Alice har rätt genom att räkna på ett specialfall där medianen blir lika stor som medelvärdet 1E _R	Eleven påstår att Alice har rätt genom att räkna på några specialfall där medianen blir lika stor som medelvärdet <i>eller</i> eleven gör en generell ansats, t.ex. genom att teckna medelvärdet $\frac{x + x + 1 + x + 2}{3}$ av de tre talen. 1E _R och 1C _R	Eleven motiverar att Alice har rätt genom att generellt visa att oavsett vilka tre tal som väljs, så är medianen alltid lika stor som medelvärdet 1E _R och 1C _R och 1A _R

Bedömda elevlösningar finns till denna uppgift.

22.

Max 0/1/2

- a) Godtagbar bestämning av sambandet genom anpassning av linje direkt i diagrammet (t.ex. $y = x - 100$)* eller med hjälp av funktionen för linjär regression på räknaren ($y = 0,993x - 98,3$) +1C_P
 *Kommentar: Anpassning av linje direkt i diagrammet kan medföra stora variationer på koefficienterna trots att anpassningen är korrekt utförd.
- b) Godtagbar tolkning av riktningskoefficienten (t.ex. ”1 cm ger 1 kg till”) +1A_M
 där lösningen kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för A (t.ex. ”För varje cm en man ökar i längd ökar han i genomsnitt med 1 kg i vikt”) +1A_K

23.

Max 0/3/4

- a) Godtagbar ansats, t.ex. korrekt uppställd ekvation för beräkning av triangelns höjd +1C_{PL}
 med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (28 m²) +1C_{PL}
 Lösningen kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för C +1C_K

Bedömda elevlösningar finns till denna uppgift.

- b) Godtagbar ansats, t.ex. korrekt uppställd modell för sammanlagda arean

$$y_1 = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{24-x}{4}\right)^2 \quad +1A_M$$

med godtagbar strategi för lösning av problemet, t.ex. ritar två grafer på sin

räknare, $y_1 = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{24-x}{4}\right)^2$ och $y_2 = 17$ +1A_{PL}

med godtagbar tolkning, t.ex. studerar de två graferna och konstaterar att de aldrig skär varandra ("Arean kan inte vara 17 m²") +1A_{PL}

Lösningen kommuniceras på en nivå som motsvarar kunskapskraven för A +1A_K

Bedömda elevlösningar finns till denna uppgift.



Bedömda elevlösningar

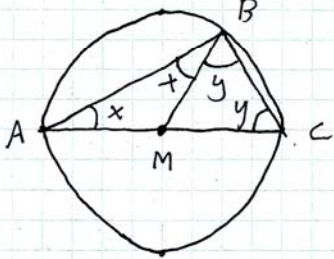
Uppgift 13b

Vid bedömning av kommunikativ förmåga för A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 för de allmänna kraven) vara vinkelbeteckningar, likhetstecken och termer så som radie, basvinklar, likbent triangel, etc.

Elevlösning 1 (2C_R)

a) $AM = BM$
 svar: 2 lika långa sträckor i en triangel ger två lika stora vinklar

b)



$BM = CM$
 $2x + 2y = 180^\circ$
 $1x + 1y = 90^\circ$
 svar: Vinkeln i B blir 90°

Kommentar: Elevens lösning är korrekt men har inte en tillräckligt tydlig motivering till varför triangelarna ABM och BCM är likbenta. Redovisningen är något knapphändig och det är inte helt tydligt varifrån de införda vinklarna och den första ekvationen kommer. Sammantaget ges lösningen i b)-uppgiften två resonemangspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2C_R och 1A_R)

b)

$\triangle BMC$ är också likbent
 BM och CM är också radier

För att få den sista vinkeln i $\triangle BMC$ så tar man $180^\circ - 2y$
 För att få den sista vinkeln i $\triangle AMB$ så tar man $180^\circ - 2x$

Det leder till:

$$180^\circ - 2x - 2y = 0$$

$$\frac{180^\circ = 2x + 2y}{2} \Rightarrow x + y = 90^\circ$$

Kommentar: Eleven motiverar varför $\triangle BCM$ är likbent och hänvisar till egna figurer för att förklara vinklarna vid punkten M . Eleven genomför beviset korrekt om än med otydliga motiveringar, t.ex. hänvisar eleven inte till använda satser. Detta innebär att lösningen nätt och jämnt ges resonemangspoängen på A-nivå. Lösningen innehåller alla väsentliga delar men i och med att eleven inte tydligt motiverar alla steg är lösningen inte lätt att följa och förstå. Likhetstecknet används felaktigt på sista raden. Sammantaget uppfyller lösningen inte kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 3 (2C_R och 1A_R och 1A_K)

b)

Visa att vinkel B är 90°
 Vinkel y + vinkel x = vinkel B

Eftersom $\triangle MBC$ är likbent
 ($MB = MC$ = radier)
 finns en vinkel y vid C också.

Vinkelsumman i en triangel är 180°
 I $\triangle ABC$ måste då $x + x + y + y = 180^\circ$
 dvs $2x + 2y = 180^\circ$
 $x + y = 90^\circ$ *stämmer!* Vinkel B är 90°

Kommentar: Elevens lösning är korrekt och uppfyller kraven för resonemangs- och kommunikationspoäng på A-nivå.

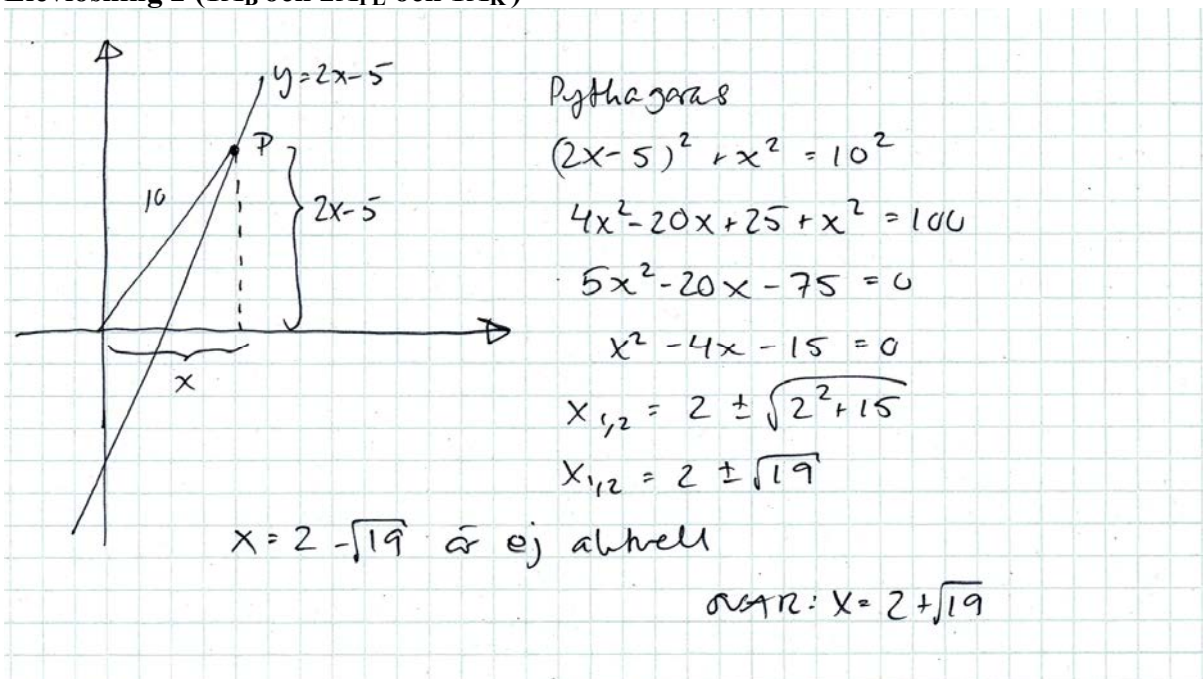
Uppgift 15

Vid bedömning av kommunikativ förmåga för A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 för de allmänna kraven) vara vinkelmarkering, likhetstecken, hänvisning till Pythagoras sats eller avståndsformel, tydlig figur med införda beteckningar, etc.

Elevlösning 1 (1A_B och 1A_{PL})

$$\begin{aligned}
 10 &= \sqrt{(x_2 - 0)^2 + (y_2 - 0)^2} \\
 10^2 &= (x_2 - 0)^2 + (y_2 - 0)^2 \\
 10^2 &= x_2^2 + y_2^2 \\
 100 &= x_2^2 + y_2^2 \\
 \begin{cases} 100 = x^2 + y^2 \\ y = 2x - 5 \end{cases} \\
 100 &= x^2 + (2x - 5)^2 \\
 100 &= x^2 + 4x^2 - 20x + 25 \\
 0 &= 5x^2 - 20x - 75 \\
 0 &= x^2 - 4x - 15 \\
 x &= \frac{4}{2} \pm \sqrt{\frac{16}{4} + \frac{60}{4}} \\
 x &= 2 \pm \sqrt{\frac{76}{4}} \\
 x &= 2 \pm \sqrt{19} \\
 x_1 &= \sqrt{4} + \sqrt{19} = \sqrt{23} \quad x_2 = \sqrt{4} - \sqrt{19} = \sqrt{-15} \quad \text{falsk rot} \\
 \text{Svar: } x\text{-koordinaten} &= \sqrt{23}
 \end{aligned}$$

Kommentar: Eleven ställer upp en korrekt ekvation för lösning av problemet och hittar ekvationens rötter men gör sedan en avslutande felaktig förenkling. Detta ger sammantaget första begreppspoängen och första problemlösningspoängen. Eleven definierar inte sina variabler, har inte någon figur till hjälp och hänvisar inte heller till använd formel/sats. Redovisningen är därför inte tillräckligt utförlig för att uppfylla kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (1A_B och 2A_{PL} och 1A_K)

Kommentar: Elevlösningen är fullständig och ger därmed begreppspoängen och båda problemlösningspoängen, dessutom är den välstrukturerad. Användningen av Pythagoras sats motiveras av en tydlig figur även om den rätta vinkeln inte är markerad. Symbolhanteringen är korrekt. Lösningen är lätt att följa och förstå. Lösningen uppfyller därmed kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Uppgift 17**Elevlösning 1 (1E_B och 1E_P och 1E_R)**

Svar: Nej, de är inte parallella
 det är 11 steg i x-led och 10 steg i
 y-led mellan C och D men bara 9 steg i
 x-led och 8 steg i y-led mellan A och B.

Kommentar: Godtagbar lösning och motivering även om kopplingen till riktningskoefficienterna och vad som kännetecknar parallella linjer är indirekt och något vag. Lösningen ger därmed nätt och jämnt alla tre poängen.

Uppgift 19d

Elevlösning 1 (1C_M och 1A_M)

I båda modeller når V/W 0 kr efter 15 år, men det är inte rimligt. Eftersom även då kommer byggdelarna vara värd något större än 0 kr.

Kommentar: Eleven ger godtagbara argument för orimligheter i båda modellerna och lösningen ger modelleringspoäng på både C- och A-nivå.

Elevlösning 2 (1C_M och 1A_M)

I Hugos modell går värdet på bilen upp igen efter ett antal år, vilket knappast är rimligt.
I Inez modell minskar bilens värde konstant och blir mer och mer negativt.

Kommentar: Eleven ger godtagbara argument för orimligheter i båda modellerna och lösningen ger modelleringspoäng på både C- och A-nivå.

Uppgift 20b

Vid bedömning av kommunikativ förmåga för C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 för de allmänna kraven) vara likhetstecken, tydlig figur med införda beteckningar och termer så som normalfördelning, standardavvikelse, medelvärde, etc.

Elevlösning 1 (1C_B och 1C_{PL})

$$2 = \frac{x - 400}{5}$$

$$10 = x - 400$$

$$410 = x$$

Svar: Det nya medelvärdet blir 410 g.

Kommentar: Lösningen är möjlig att följa och förstå då det av svaret framgår att x står för medelvärdet, men då det i övrigt saknas terminologi och förklarande text uppfylls inte kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (1C_B och 1C_{PL} och 1C_K)

För ökning av medelvärdet

97,7% av burkarna innehåller minst 400g
då ska 400g ligga på 2 standardavvikelser
från medelvärdet

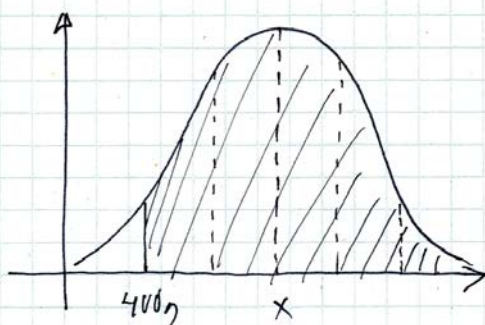
$$400g = \mu - 2\sigma$$

$$400g = \mu - 10g$$

$$\mu = 410g$$

SVAR: Medelvärdet 410g
ökar de nya burkarna

Kommentar: Lösningen är något otydlig men är möjlig att följa och förstå då eleven använder lämpliga symboler och terminologi. Sammantaget ger lösningen nätt och jämnt kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösning 3 (1C_B och 1C_{PL} och 1C_K)

X = nytt medelvärde

97% av burkarna ska
väga mer än 400g
standardavvikelse 5g
minst

För att det grå området ska vara = 97% måste
400g vara på två standardavvikelser.

$$(13,6 + 34,1 + 34,1 + 13,6 + 2,3 = 97,7)$$

$$400g + 2 \cdot 5g = 410g$$

SVAR: 410g

Kommentar: Lösningen har en tydlig figur som illustrerar problemet och gör det möjligt att förstå att eleven menar att 400 g ligger två standardavvikelser från medelvärdet. Sammantaget uppfyller lösningen kravet för kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 21

Elevlösning 1 (1E_R och 1C_R)

Ta talen 2, 3, 4
 Medel $\frac{2+3+4}{3} = 3$ Median = 3
 Ta talen 9, 10, 11
 Medel $\frac{9+10+11}{3} = 10$ Median = 10
 Dom blir samma. svar: Alice har rätt.

Kommentar: Eleven drar en korrekt slutsats utifrån två specialfall och lösningen ger därmed resonemangspoäng på E- och C-nivå.

Elevlösning 2 (1E_R och 1C_R och 1 A_R)

median $x-1, (x), x+1$ median = x
 medel $\frac{x-1+x+x+1}{3} = x$
 Svar Median och medel blir samma tal

Kommentar: Eleven använder generell metod och visar att median och medelvärde alltid får samma värde. Lösningen bedöms därför ge resonemangspoäng på A-nivå.

Uppgift 23a

Vid bedömning av kommunikativ förmåga för C-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 för de allmänna kraven) vara rottecken, likhetstecken, hänvisning till Pythagoras sats, tydlig figur med införda beteckningar, etc.

Elevlösning 1 (2C_{PL})


$$8^2 = 4^2 + x^2$$

$$x = \sqrt{8^2 - 4^2}$$

$$x = \sqrt{48}$$

$$A = \frac{\sqrt{48} \cdot 8}{2}$$

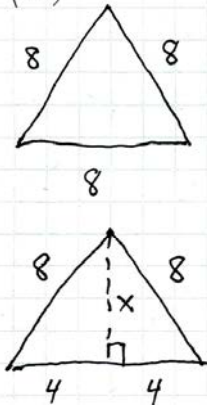
$$A = 27,7$$

SVAR: 27,7 m²

Kommentar: Elevens lösning är korrekt och ger två problemlösningspoäng. Lösningen är dock knapphändigt redovisad, t.ex. så är inte variabeln x definierad, figuren är otydlig och hänvisning till Pythagoras sats saknas. Lösningen uppfyller därmed inte kravet för kommunikationspoäng på C-nivå.

Elevlösning 2 (2C_{PL} och 1C_K)

(m)



$$\frac{24}{3} = 8$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Pythagoras sats ger:

$$4^2 + x^2 = 8^2$$

$$x^2 = 8^2 - 4^2$$

$$x^2 = 48$$

$$x = \sqrt{48}$$

$$A = \frac{8 \cdot \sqrt{48}}{2}$$

$$A \approx 27,71 \text{ m}^2$$

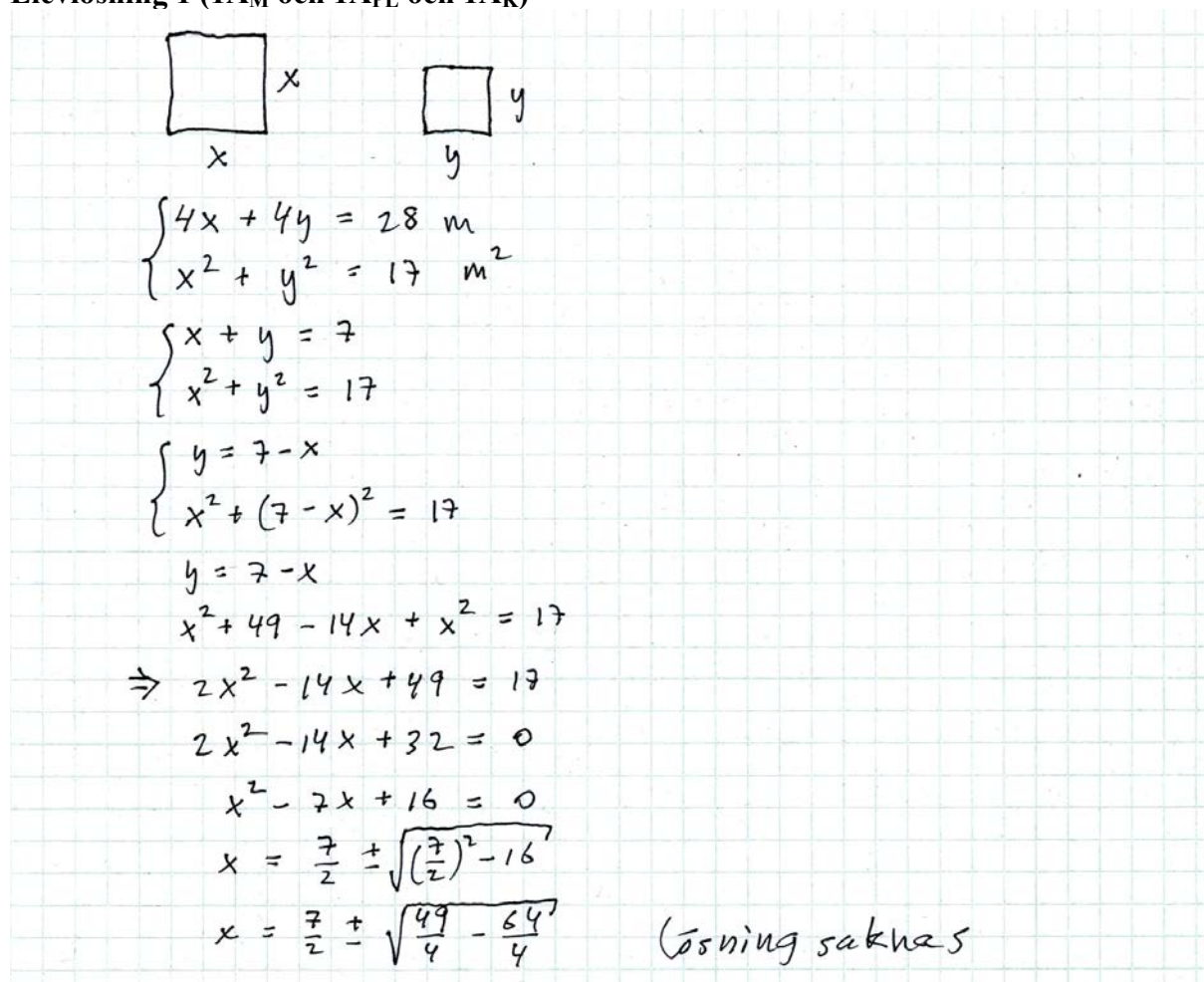
Svar: Arean är ca 27,71 m²

Kommentar: Lösningen uppfyller kraven för kommunikationspoäng på C-nivå.

Uppgift 23b

Vid bedömning av kommunikativ förmåga för A-nivå, se de allmänna kraven på sidan 4. För denna uppgift kan matematiska symboler och representationer (se punkt 2 för de allmänna kraven) vara index, likhetstecken, rottecken, grafer, tydlig figur med införda beteckningar, etc.

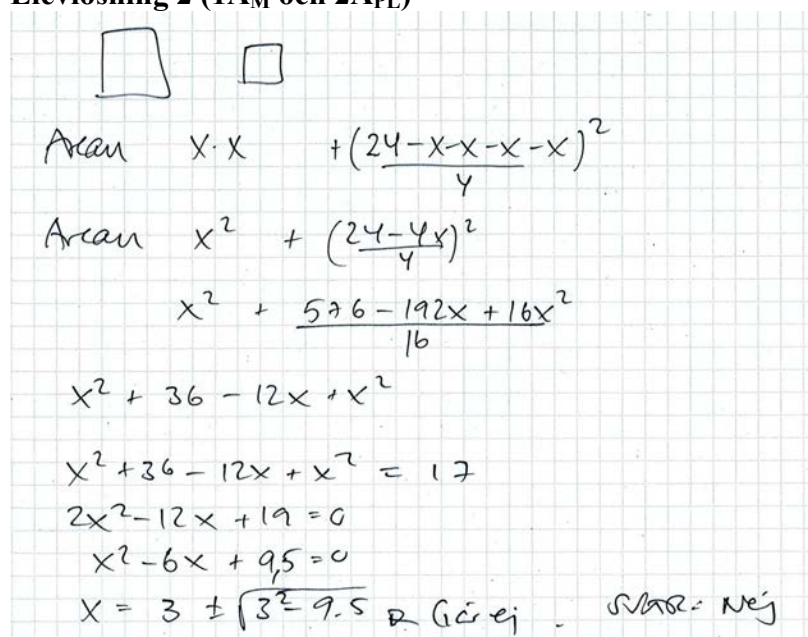
Elevlösning 1 (1A_M och 1A_{PL} och 1A_K)



$$\begin{aligned} & \begin{array}{cc} \square & x \\ x & \end{array} \quad \begin{array}{cc} \square & y \\ y & \end{array} \\ & \begin{cases} 4x + 4y = 28 \text{ m} \\ x^2 + y^2 = 17 \text{ m}^2 \end{cases} \\ & \begin{cases} x + y = 7 \\ x^2 + y^2 = 17 \end{cases} \\ & \begin{cases} y = 7 - x \\ x^2 + (7 - x)^2 = 17 \end{cases} \\ & y = 7 - x \\ & x^2 + 49 - 14x + x^2 = 17 \\ & \Rightarrow 2x^2 - 14x + 49 = 17 \\ & 2x^2 - 14x + 32 = 0 \\ & x^2 - 7x + 16 = 0 \\ & x = \frac{7}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 - 16} \\ & x = \frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{49}{4} - \frac{64}{4}} \end{aligned} \quad \text{(Lösning saknas)}$$

Kommentar: Eleven löser i princip problemet men gör ingen tolkning av svaret och besvarar därför inte frågan om det är möjligt att få den efterfrågade arean. Lösningen uppfyller därmed kraven för modelleringspoängen och den första (men inte den andra) problemlösningspoängen. Redovisningen är tydlig och klar med lämpliga beteckningar, förklarande figur och korrekt algebrahantering. Därmed uppfyller lösningen kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 2 (1A_M och 2A_{PL})



$$\text{Arean } x \cdot x + \left(\frac{24-x-x-x-x}{4}\right)^2$$

$$\text{Arean } x^2 + \left(\frac{24-4x}{4}\right)^2$$

$$x^2 + \frac{576 - 192x + 16x^2}{16}$$

$$x^2 + 36 - 12x + x^2$$

$$x^2 + 36 - 12x + x^2 = 17$$

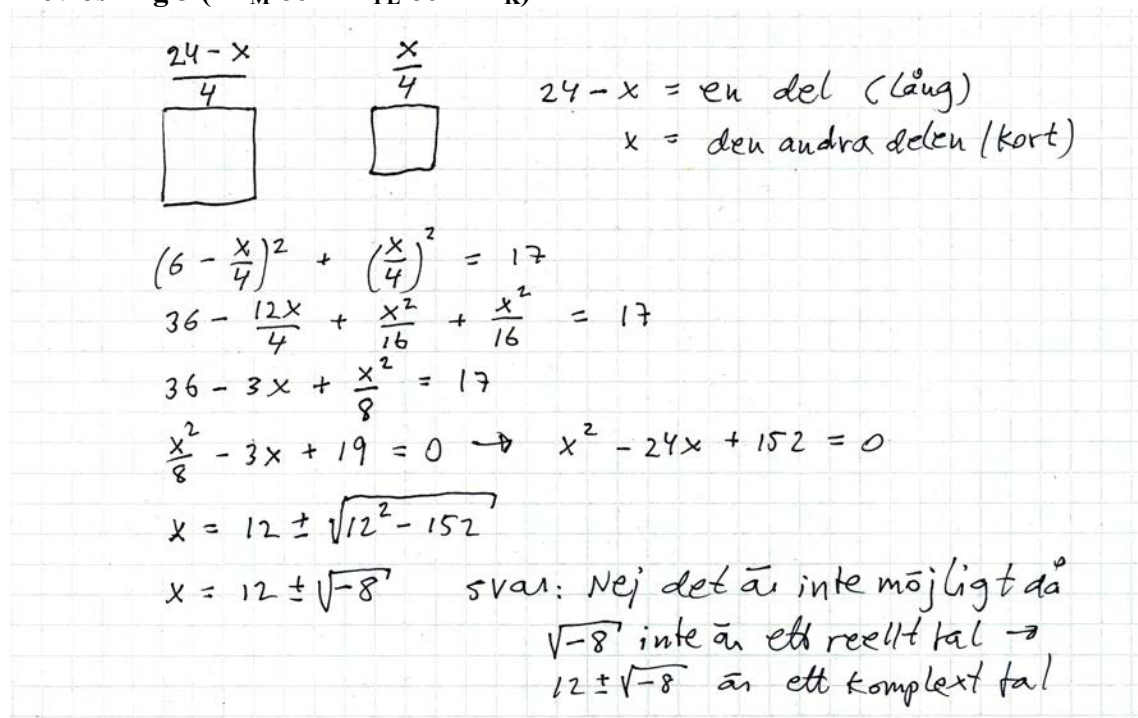
$$2x^2 - 12x + 19 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9.5 = 0$$

$$x = 3 \pm \sqrt{3^2 - 9.5} \quad \text{Gör ej} \quad \text{Svar: Nej}$$

Kommentar: Elevens lösning uppfyller kraven för modelleringspoängen och båda problemlösningspoängen även om kopplingen mellan det faktum att det inte finns några lösningar till andragradsekvationen och slutsatsen är något otydlig. Redovisningen är knapphändig, t.ex. så är införda variabler inte tydligt definierade och figuren saknar beteckningar. Därmed uppfyller inte lösningen kravet för kommunikationspoäng på A-nivå.

Elevlösning 3 (1A_M och 2A_{PL} och 1A_K)



$$\frac{24-x}{4} \quad \frac{x}{4}$$

$$24-x = \text{en del (lång)}$$

$$x = \text{den andra delen (kort)}$$

$$\left(6 - \frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{x}{4}\right)^2 = 17$$

$$36 - \frac{12x}{4} + \frac{x^2}{16} + \frac{x^2}{16} = 17$$

$$36 - 3x + \frac{x^2}{8} = 17$$

$$\frac{x^2}{8} - 3x + 19 = 0 \rightarrow x^2 - 24x + 152 = 0$$

$$x = 12 \pm \sqrt{12^2 - 152}$$

$$x = 12 \pm \sqrt{-8} \quad \text{svar: Nej det är inte möjligt då}$$

$$\sqrt{-8} \text{ inte är ett reellt tal} \rightarrow$$

$$12 \pm \sqrt{-8} \text{ är ett komplext tal}$$

Kommentar: Elevens lösning uppfyller kraven för modelleringspoängen och båda problemlösningspoängen även om kopplingen mellan det faktum att det inte finns några lösningar till andragradsekvationen och slutsatsen är något otydlig. Redovisningen är lätt att följa och förstå, införda variabler är tydligt definierade via en förklarande figur och algebrahanteringen är korrekt. Därmed uppfyller lösningen kraven för kommunikationspoäng på A-nivå.

Till eleven - Information inför den muntliga provdelen

Du kommer att få en uppgift som du ska lösa skriftligt och sedan ska du presentera din lösning muntligt. Om du behöver får du ta hjälp av dina klasskamrater och din lärare när du löser uppgiften. Din muntliga redovisning börjar med att du presenterar vad uppgiften handlar om och sedan får du beskriva och förklara din lösning. Du ska redovisa alla steg i din lösning. Däremot, om du har gjort samma beräkning flera gånger (till exempel i en värdetabell) så kan det räcka med att du redovisar några av beräkningarna. Din redovisning är tänkt att ta maximalt 5 minuter och ska göras för en mindre grupp klasskamrater och lärare.

Vid bedömningen av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är

Din redovisning ska innehålla de delar som behövs för att dina tankar ska gå att följa och förstå. Det du säger bör komma i lämplig ordning och inte innehålla någonting onödigt. Den som lyssnar ska förstå hur beräkningar, beskrivningar, förklaringar och slutsatser hänger ihop med varandra.

Hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning

Din redovisning bör innehålla både beskrivningar och förklaringar. Man kan enkelt säga att en beskrivning svarar på frågan *hur* och en förklaring svarar på frågan *varför*. Du beskriver något när du till exempel berättar *hur* du har gjort en beräkning. Du förklarar något när du motiverar *varför* du till exempel kunde använda en viss formel.

Hur väl du använder den matematiska terminologin

När du redovisar bör du använda ett språk som innehåller matematiska termer, uttryckssätt och symboler som är lämpliga utifrån den uppgift du har löst.

Matematiska termer är ord som till exempel "exponent", "funktion" och "graf".

Ett exempel på ett matematiskt uttryckssätt är att x^2 utläses "x upphöjt till 2" eller "x i kvadrat".

Några exempel på matematiska symboler är π och $f(x)$, vilka utläses "pi" och "f av x".

Uppgift 1. Lösning av ekvationssystem

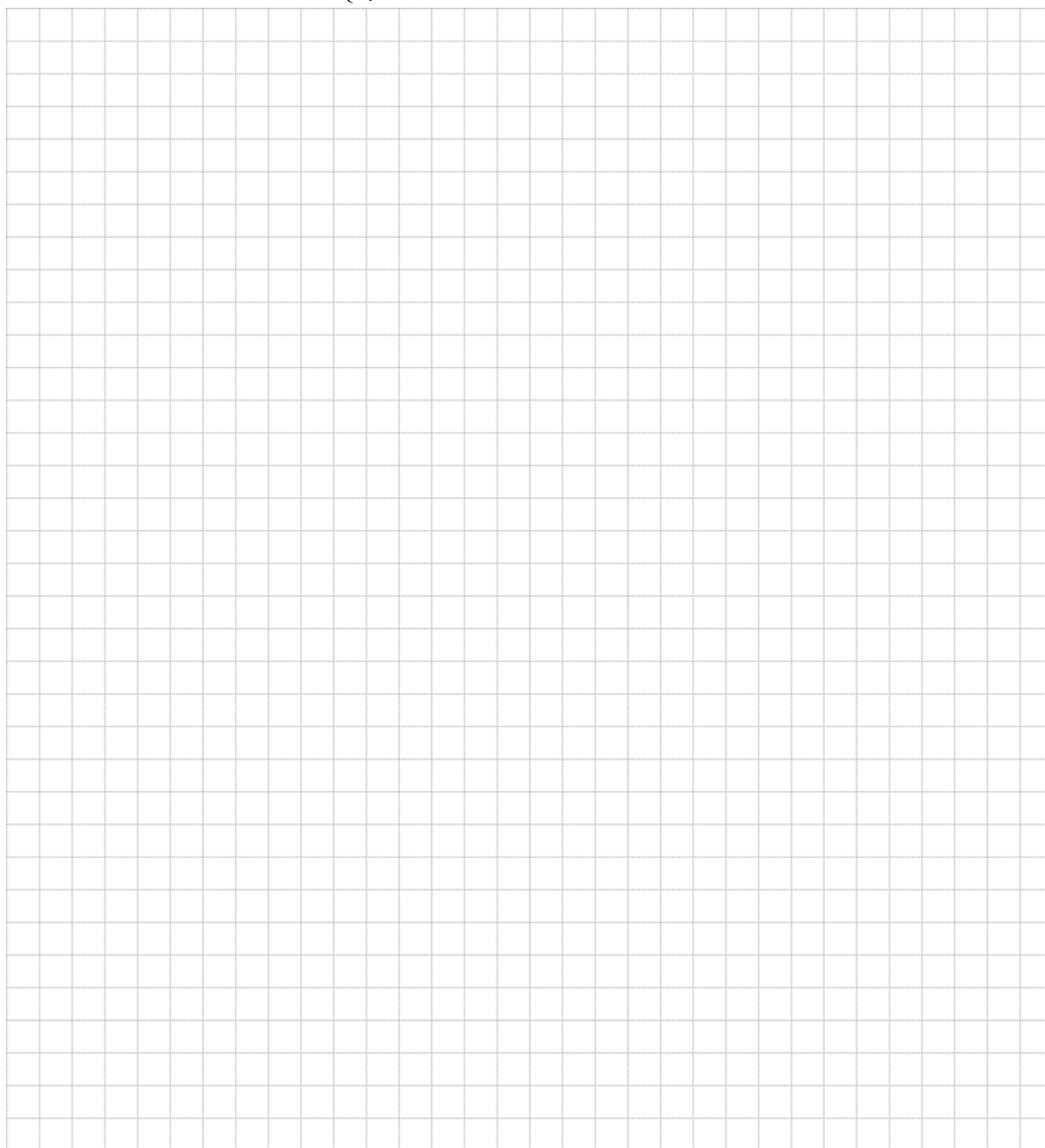
Namn: _____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

a) Lös ekvationssystemet $\begin{cases} 2x - y = 8 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$ algebraiskt.

b) Lös ekvationssystemet $\begin{cases} x + y = 9 \\ 2y - 4x = -6 \end{cases}$ grafiskt.



Uppgift 2. Lösning av andragradsekvationer

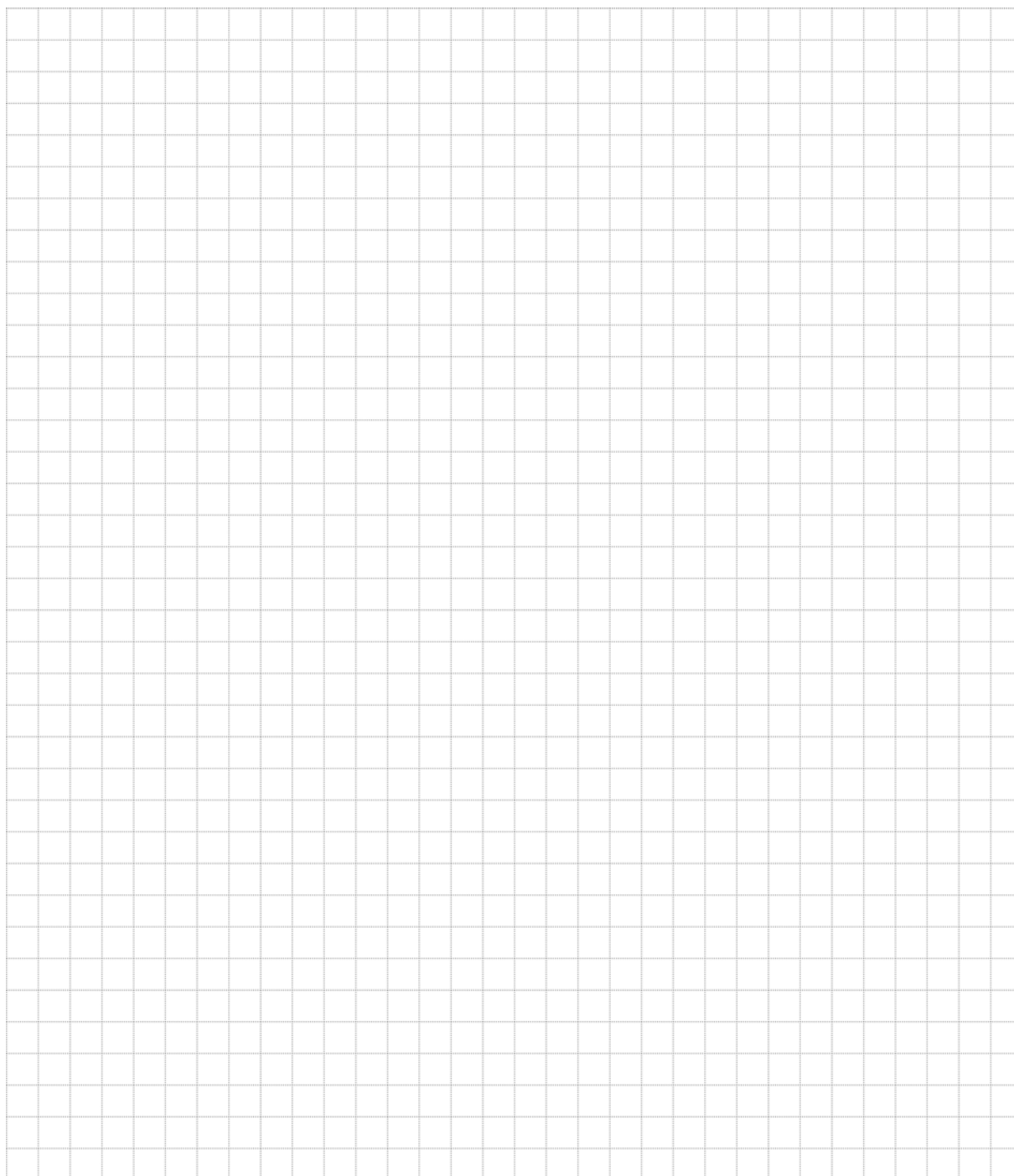
Namn: _____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

a) Lös ekvationen $x^2 - 4x = 5$ algebraiskt.

b) Lös ekvationen $x^2 - 2x - 8 = 0$ grafiskt.



Uppgift 3. Bestäm linjens ekvation

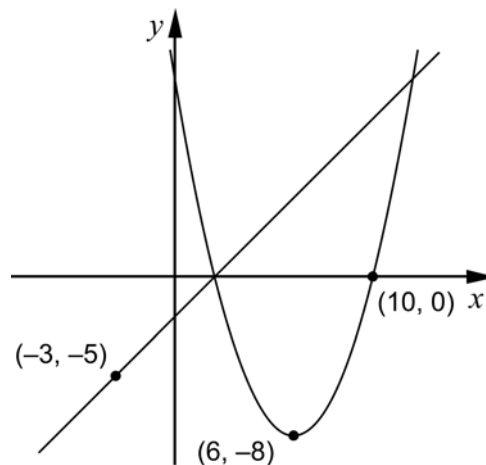
Namn: _____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

I figuren visas grafen till en rät linje och grafen till en andragsgradsfunktion som har minsta värdet -8 . Linjen och grafen till andragsgradsfunktionen skär varandra på x -axeln.

Bestäm linjens ekvation.



Uppgift 4. Kaffetemperaturen

Namn: _____

Vid bedömning av din muntliga redovisning kommer läraren att ta hänsyn till:

- hur fullständig, relevant och strukturerad din redovisning är,
- hur väl du beskriver och förklarar tankegångarna bakom din lösning,
- hur väl du använder den matematiska terminologin.

Johan fyller en termos med hett kaffe och placerar den genast utomhus där temperaturen är 0°C . Temperaturen hos kaffet avtar exponentiellt med tiden. I tabellen visas kaffetemperaturen vid några olika tidpunkter. Kaffet anses drickbart så länge dess temperatur inte understiger 55°C .

Tid (h)	Temperatur ($^{\circ}\text{C}$)
0	93
6,0	50

Bestäm hur lång tid efter att Johan ställt ut termosen som kaffet är drickbart.



Bedömningsmatris för bedömning av muntlig kommunikativ förmåga

Kommunikativ förmåga	E	C	A	Max
<i>Fullständighet, relevans och struktur</i> Hur fullständig, relevant och strukturerad elevens redovisning är	Redovisningen kan sakna något steg eller innehålla något ovidkommande. Det finns en övergripande struktur men redovisningen kan vara bitvis fragmentarisk eller rörig. (1/0/0)		Redovisningen är i huvudsak fullständig och endast relevanta delar ingår. Redovisningen är välstrukturerad. (1/0/1)	(1/0/1)
<i>Beskrivningar och förklaringar</i> Förekomst av och utförlighet i beskrivningar och förklaringar	Någon förklaring förekommer men tyngdpunkten i redovisningen ligger på beskrivningar. Utförligheten i de beskrivningar och de förklaringar som framförs kan vara begränsad. (1/0/0)		Redovisningen innehåller tillräckligt med utförliga beskrivningar och förklaringar. (1/0/1)	(1/0/1)
<i>Matematisk terminologi</i> Hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.	Eleven använder ibland matematisk terminologi med rätt betydelse. (1/0/0)	Eleven använder ofta matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen. (1/1/0)	Eleven använder i huvudsak matematisk terminologi med rätt betydelse och vid lämpliga tillfällen. (1/1/1)	(1/1/1)
Summa				(3/1/3)